DE THE UNIVERSITY OF ILLINOIS

AUS DEM

ARCHIV FÜR DIE GESCHICHTE DER NATURWISSENSCHAFTEN UND DER TECHNIK

BAND 1. 1909.

SEBASTIAN VOGL,

Über die (Pseudo-) Euklidische Schrift ,De Speculis'.



VERLAG VON F. C. W. VOGEL 1909 76 8 -14

SONDERABBRICK AUS DER GESCHICHTE DER MATHRWESTENGERARTEN UND DIER TECHNIK

## Über die (Pseudo-) Euklidische Schrift ,De Speculis'.

Von SEBASTIAN VOGL (München).

(Mit 15 Abbildungen.)

## Einleitung.

In den naturwissenschaftlichen Abhandlungen des Mittelalters wird öfters ein liber, Euklidis de Speculis' genannt. Es sind darunter besonders zwei Schriften zu unterscheiden. Die eine ist die griechisch und in lateinischer Übersetzung erhaltene Katoptrik 1) des Euklid, die gewöhnlich an die Optik des bekannten Geometers angeschlossen wird, wenn auch der Verfasser wohl nicht derselbe ist. Die andere lateinisch und zum größten Teil hebräisch erhaltene Schrift stellt eine Kompilation von 15 Sätzen dar, die hauptsächlich über die Aufstellung von Spiegeln handeln, sonst aber ohne inneren Zusammenhang stehen. Es ist kaum zu bezweifeln, daß auch dieses wahrscheinlich aus dem Arabischen stammende Schriftchen nicht von Euklid verfaßt ist. 2)

Über die Entstehung der Schrift fehlen bis jetzt sichere Anhaltspunkte. Herr Dr. BJÖRNBO in Kopenhagen teilt mit, daß nach den Handschriften das Werk im 13. Jahrh. in der lat. Übers. vorlag. Diese Übers. gehöre aber aller Wahrscheinlichkeit nach GERHARD v. CREMONA oder seiner Schule an, d. h. sie ist in Spanien im 12. Jahrh. hergestellt worden.

<sup>1)</sup> Eine als Katoptrik des Euklid betitelte Schrift wird von Geminus bei Proclus in I, elem. 69,2 ebenso anerkennend wie die Optik hervorgehoben. Diese Erwähnung zeigt, daß noch im 1. Jahrh. v. Chr. die Erinnerung an eine Katoptrik des Euklid lebendig war. Was uns gegenwärtig in den Handschriften und im Drucke als Katoptrik erhalten ist und auch den Gelehrten der scholastischen Zeit vorlag, wird übereinstimmend für unecht gehalten. Sie stellt eine Kompilation dar, die aber aus alten Quellen schöpft. Näh. darüber: Heiberg: Literargesch. Stud. zu Euklid, Lpzg. 1882. S. 151.

<sup>2)</sup> Heiberg I. c. S. 8. — Heiberg: Euclidis opera omnia (1895) Proleg. LI. ff. — Rose: Anecdota Graeca et Graecolat. II. S. 290. In den Titeln der Handschriften findet sich zuweilen beigefügt 'immo liber Ptolemaei de speculis'. Dies kommt daher, daß die Schrift vor allem die ersten 3 Probleme dem liber Ptol. de speculis entlehnt, welch letzterer aber dem Heron zugehört. Vgl. Nix und Schmidt: Heronis Alex. Mechanik und Katoptrik. Lpzg. 1901.

Während jedoch die erst genannte Katoptrik schon seit 1557 im Drucke vorliegt, ¹) war die zweite (Pseudo-) Euklidische Schrift bisher nur handschriftlich in verschiedenen Bibliotheken ²) bekannt und konnte deshalb in ihrer Bedeutung für die Geschichte der Physik noch wenig gewürdigt werden.

Nunmehr hat sich Herr Bibliothekar Dr. A. A. BJÖRNBO in Kopenhagen der großen Mühe unterzogen für diese und noch zwei weitere wichtige physikalische Handschriften 3) eine Druckausgabe vorzubereiten. Zugleich hatte er die große Güte, mir durch Vermittlung meines verehrten Lehrers Dr. E. Wiedemann in Erlangen seine Abschriften zur Einsicht zu übersenden und mir zu gestatten, ein Referat über den Inhalt dieser Schriften seinen Textpublikationen vorauszuschicken. Für dieses freundliche Entgegenkommen will ich auch hier den Herren Dr. A. A. BJÖRNBO und Dr. E. Wiedemann, welch' letzterer mir auch zahlreiche Winke bei der Bearbeitung der genannten Schriften zu teil werden ließ, den verbindlichsten Dank aussprechen.

Desgleichen danke ich bestens den Herren Privatgelehrten Dr. Ehrentreu und Dr. Kahen in München für die gefällige Übersetzung des hebr. Textes im Cod. Hebr. Mon. 36, sowie den Vorständen der K. Hof- und Staatsbibliothek für die freundliche Überlassung der Bücher.

Diese (Pseudo-) Euklidische Schrift finde ich vor allem bei Roger Baco erwähnt, mit dessen Physik ich mich eingehend beschäftigt habe. In seinem Op. mai. (Bridges) II, 491 schreibt er: "Es lehrt nämlich Euklides in der 33.

<sup>1)</sup> Pena und Dasypodius gaben sie im gleichen Jahre mit der Optik heraus.
2) Nach Rose I. c. S. 290 Cod. Par. 9335 (suppl. lat. 49), Katalog der Paris Ms. von Leop. Délisle S. 28.

Cod. Erf. Ampl. qu. 385 saec. 14—15; Norimb. cent. V 64 saec. XIV. — Nach Heiberg, op. omn. . . . Proleg. LI außerdem noch Cod. Magliab. XI 30 und XI 55; Dresd. Db. 86 f. 274 u; Paris suppl. Gr. 263 f. u. 179 u.

STEINSCHNEIDER verweist in Ztschr. d. Math. u. Phys. Bd. X. 1865 p. 464 u. 472 und in der Monatsschr. f. Gesch. und Wissensch. d. Judent. (37) 1893 S. 520 auf einen Cod. Monac. Hebr. 36 Blatt 261 u. 262 und auf einen Cod. Vat. 400. Dort ist unsere (Pseudo-) Eukl. Schrift an die Optik des Euklid angefügt. Im Münchener hebr. Codex finden wir alle Sätze unserer Schrift bis auf den letzten No. 15 teils mit unserem lat. Text übereinstimmend und teils gekürzt. Die Zeichnungen sind mehrmals unkorrekt. Mit Nummern ausgezeichnet sind im ganzen 5 Sätze, No. 1; 2; 3; nun folgt eingeschoben ohne Nummer, was im lat. Text No. 4 und 7 ist, die auch zusammengehören; 4, im l. T. No. 8; 5, im l. T. No. 5; nun folgen ohne Nummer aufeinander, was im l. T. unter No. 6; 9; 10; 11a u. b; 12; 13 (Brennspiegel anterius et posterius); 14 (Brennkugel, Kristall) steht.

<sup>3)</sup> Es sind dies die optischen Schriften: ALKINDI de aspectibus und TIDEUS de speculis, deren Bearbeitung demnächst veröffentlicht wird.

Propos. ,de speculis' einen solchen Spiegel fertigen, der vorne und rückwärts (ante et retro) eine Vereinigung der Strahlen ergibt;" und wiederum op. mai. II. 538. ,,Es lehrt aber Euklid einen Spiegel fertigen, der vorne und hinten (ante et retro) brennt." Die bekannte Katoptrik kann hier nicht gemeint sein, denn diese enthält diesen Satz überhaupt nicht und zählt nur 30 resp. 31¹) Sätze, von denen der letzte über die sphärischen Brennspiegel handelt, was Baco selbst ausdrücklich bestätigt.²) Unsere (Pseudo-) Euklidische Schrift umfaßt aber nur 15 Sätze, von denen der 13. von den Spiegeln mit dem Brennpunkt anterius et posterius handelt. Als Erklärung für diese Verschiedenheit kann vorläufig nichts Bestimmtes angegeben werden.

Einen weiteren Satz gebraucht Baco im op. mai. II. 493: "Wie Euklid im Buche 'de speculis' sagt, und in der 7. Proposition beweist, ist die Figur des Lichtes größer als die Öffnung." Dies ist aber der 9. Satz unserer (Pseudo-) Euklid. Schrift 'de speculis'. Nach der Anordnung im hebr. Codex (München) dürfte es besser stimmen.

Endlich beruft sich Baco noch auf den 5. Satz unserer Euklidischen Schrift im op. mai. II. 484: "... und denselben Beweis führt Euklid zum 5. Satze seines Buches." Dieser Hinweis (es handelt sich um einfallenden und reflektierten Strahl bei Planspiegeln) stimmt genau mit dem 5. Satze der vorliegenden (Pseudo-) Euklidischen Kompilation. <sup>3</sup>)

Halten wir noch Umschau bei anderen Gelehrten der Scholastik, so finden wir unsere Schrift weiter erwähnt bei Albertus Magnus: 4) "Es kann", so schreibt er, "durch Heben und Senken eines Spiegels bewirkt werden, daß der Beobachter den Spiegel sieht, sich selbst aber nicht, wie Euklid in der Prospektiva zeigt." Dieser hier angeführte Satz ist der erste unserer Schrift.

Eine weitere Stelle, mit welcher wohl der 6. Satz unserer Schrift gemeint ist, haben wir im 2. Buche der Meteorologie: "Wie Euklid sagt, zeigt ein (Plan) Spiegel nicht nur das Bild eines Dinges, sondern auch

<sup>1)</sup> In der Ausgabe von DAVID GREGORIUS ist der 20. Satz der Ausgabe von DASYPODIUS in 20. u. 21. getrennt. Daher kommt es, daß der letzte Satz als 30. (HEIBERG) und 31. bezeichnet wird. In der Ausgabe der Optik des WITELO sind die Euklid. Sätze nach der Ausgabe des GREGORY zitiert.

<sup>2)</sup> op. mai. I. 115 II, 490. Speculo concavo ad solem posito, ignis accendatur, sicut dicit ultima propositio de speculis, scilicet in puncto axis . . . . Ebenso: Rog. Baco: de speculis ed. Combach S. 168. "Aus den Hohlspiegeln, die man der Sonne gegenüber stellt, entzündet sich Feuer, wie dies der letzte Satz des Buches 'de speculis communibus' zeigt." Nun folgt die nähere Darlegung ganz wie in der Katoptrik des Euklid.

<sup>3)</sup> In der Katoptrik d. EUKLID findet sich dieser Satz in No. 1 u. 2.

<sup>4)</sup> De Sensu et Sensato (BORGNET) IX. Bd. parva nat. tract. I. cap. 8 S. 17.

die Distanz vom Spiegel; das Ding wird nämlich in der Tiefe des Spiegels in einer solchen Distanz gesehen, als es vor dem Spiegel absteht."1)

Ferner sei Vincenz von Beauvais genannt, der den 7. Satz unserer Eukl. Schrift heranzieht: 2) "Denn Euklid beweist im Buche 'de speculis', daß sich alles Sehen unter einem stumpfwinkligen Dreieck (sub triangulo ampligonio; Euklid hat: triangulus est ampligonius) vollzieht". In demselben Kapitel heißt es weiter: "Von Euklid ist der Beweis gefunden worden, daß die Reflexion des Lichtes immer nach gleichen Winkeln oder in sich selbst stattfindet. Nach gleichen Winkeln geschieht sie nämlich, wenn der Strahl schief auf die Spiegelfläche kommt, in sich selbst, wenn er senkrecht einfällt." Diesen Satz enthält zwar auch die Katoptrik (No. 1 und 2), aber dem Texte nach stimmt er mehr mit dem 5. unserer Schrift.

Schließlich finden wir einen großen Teil der Sätze bei Witelo, wie im Folgenden näher gezeigt wird.

Nach diesen Bemerkungen wollen wir nun die einzelnen Sätze der Schrift näher besprechen.

## Tractatus (Pseudo-) Euclidis de Speculis.

1.

Aufstellung eines Spiegels, so daß ein Beobachter das Bild eines Gegenstandes sieht, aber nicht sein eigenes.

Dieses Problem ist dasselbe wie No. 18 der Katoptrik des Heron. Es findet sich lat. und deutsch mit anschaulicher Zeichnung in der Ausgabe von Nix und Schmidt<sup>3</sup>), ferner bei Valentin Rose: Anecdota Graeca et Graecolatina, <sup>4</sup>) und bei Witelo V, 56. In der Risnerschen Ausgabe 1572 ist auch zitiert Ptol. 9 th. 2 catoptr. <sup>5</sup>) Wie schon in der Einleitung erwähnt, verweist auch Alb. Magnus auf diesen Satz.

<sup>1)</sup> Ganz dem angeführten Wortlaute nach behandelt diesen Satz ALKINDI in seinem B. de aspectibus.

<sup>2)</sup> VINC. BELLOV. Spec. nat. lib. III. c. 77.

<sup>3)</sup> Bibl. Script. Graec. et Roman. Teubner. Heronis Alex. opera . . 1901, vol II. p. 358.

<sup>4)</sup> PTOL. de speculis II. Heft (1870) S. 318 u. 328.

<sup>5)</sup> Dies ist nichts anderes als das Buch ,de speculis' des Ptolem., das aber wahrscheinlich dem Heron gehört. Näh. darüber bei L. Nix u. Schmidt und Val. Rose 1. c. Nach den Zitaten in der Ausgabe der Optik des Witelo gab es aber sicher noch eine andere Ausgabe von dieser Schrift ,de speculis', wie auch Martin vermutet (Nix u. Schmidt. 1. c. p. 309). Eine Teilung der fraglichen Schrift in 2 Bücher wird von Rose (Anecd. II. p. 322 und 330 Anm.) und auch von B. Boncompagni angegeben (Delle versioni fatte da Platone Tiburtino Roma 1851 S. 9 u. 21 f.). Das zweite Problem unseres Pseudo-Eukl. ,de spec.', das Witelo V, 64. behandelt und mit Ptol. 4 th. 2 catoptr. identifiziert, findet sich in der Ausgabe von Nix u. Schmidt und von Rose überhaupt nicht.

Fig. 1. Ein rechtwinkliger Spiegel b d sei unter einem Winkel a b d =  $30^{\circ}$  gegen eine Wand a b gestellt, die senkrecht auf der Ebene b g steht. Das Auge des Beobachters sei in g. Zieht man von g aus ein Lot auf den Spiegel, so soll dieses über den Spiegel hinaus nach e fallen. Der Strahl g d, der gerade den Spiegelrand trifft, wird dann nach dem Reflexionsgesetze auf einen Punkt z der Ebene b g abgelenkt. Errichtet man in z ein Lot z h und zieht von einem Punkte aus, der von z um die Spiegellänge d b abstehen möge, eine Parallele i t zum Spiegel d b, so wird der Beobachter in g jeden Gegenstand z t der sich innerhalb z i befindet, oder auf i t (bei Heron als Spiegel gedacht, vor dem eine Figur steht) abgebildet ist, sehen, sich selbst aber nicht.

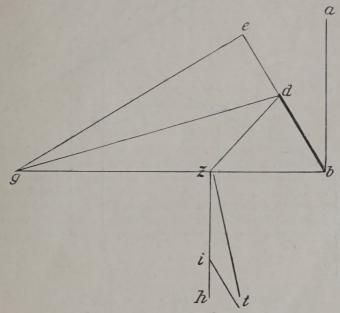


Fig. 1.

Der Text in Cod. Hebr. Mon. stimmt mit dem lateinischen vollständig überein. Nur ist dort die Figur nicht allwegs korrekt.

9

Aufstellung zweier Spiegel so, daß ein Beobachter in dem einen sein Bild kommen, in dem andern gehen sieht.

Dasselbe Problem findet sich wieder bei Witelo V, 64. Dort das Zitat Ptol. 4 th. 2 catoptr. 1). Eine ähnliche Anordnung ist in Herons Katoptrik No. XII gegeben. Es handelt sich hier um 2 Winkelspiegel, die gegen einander drehbar sind. Bei einer gewissen Neigung sieht sich ein Beobachter in dem einen Spiegel kommen, in dem anderen durch Reflexion des ersten Spiegelbildes im zweiten gehen. Witelo bezeichnet diese Anordnung als

<sup>1)</sup> Siehe die vorausgeh. Bemerkung.

eine klug erdachte Erfindung der Alten, die mehr der mechanischen Ausführung als des Beweises bedarf.

Fig. 2. Man zeichne eine Linie a b etwa 4 Ellen lang. Auf dieser trage man von a aus eine Strecke a g ab, die gleich  $^{1}/_{4}$  der Spiegelhöhe ist und errichte in a und g Senkrechte auf a b. Sodann halbiere man die Strecke b g und errichte im Halbierungspunkte d wiederum die Senkrechte und zwar in einer Höhe, die gleich der Spiegelhöhe ist; sie sei d z. Desgleichen in b ein Lot b t h, so daß b t=b h = halbe Spiegelhöhe. Sodann verbinde man die Punkte t und z, be-

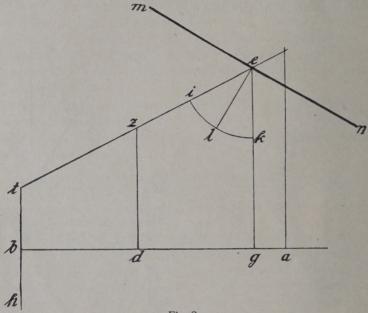


Fig. 2.

zeichne den Schnittpunkt dieser Geraden mit der Senkrechten in g mit e und ziehe um e als Zentrum einen beliebigen Kreisbogen, z. B. i k. Diesen Bogen halbiere man und verbinde den Halbierungspunkt 1 mit e. In e errichte man auf 1 e eine Senkrechte m n und mache m e=n e= Spiegelhöhe.

Lassen wir nun einen der 2 Spiegel auf der Linie m n stehen 1) und drehen den anderen 2), während das Auge sich im Punkte d befindet, so sieht ein Beobachter sich selbst in dem einen Spiegel kommen und in dem anderen sich entfernen 3).

3.

Konstruktion eines Spiegels, in welchem, wenn ein Beschauer einen seiner Teile bewegt, das Spiegelbild ebendenselben bewegt, und zwar einen rechten Teil mit der rechten und einen linken mit der linken Hand.

<sup>1)</sup> Die Linie 1 e soll fest liegen.

<sup>2)</sup> z. B. um ein horizontales Scharnier in e.

<sup>3)</sup> Bei Witelo ist die Anordnung, wie nebenstehende Figur 3. Dieser ähnlich ist auch die Zeichnung im Cod. Hebr. Mon. 36.

Dies ist Problem XI der Katoptrik des Heron. Dasselbe bei Witelo IX, 35 (dort ist zit. Ptol. Katoptr. 3 th. 2. 1) und Euklid Katoptr. 29.

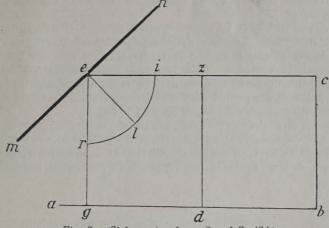
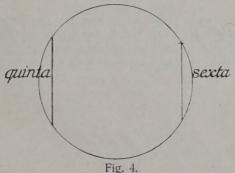


Fig. 3. (Siehe unter Anm. 3 auf S. 424.)

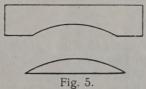
Fig. 4. Wir beschreiben einen Kreis, dessen (von der Seite des eingeschriebenen Fünfecks abgeschnittener) Bogen so groß ist als wir den Spiegel haben wollen. Von diesem Kreise schneiden wir auch noch mit der eingeschriebenen Sechsecksseite einen Bogen ab.

Sodann fertigen wir mit den abgeschnittenen Bogen zwei Formen (regula)²) eine hohle aus dem Fünfecksbogen und eine erhabene aus dem Bogen über der Sechsecksseite.



<sup>1)</sup> Siehe Bemerk. zu Satz 1.

<sup>2)</sup> Wir können sie uns wie Gesimshobel vorstellen; siehe nebenstehende Fig. (WITELO n. HERON).

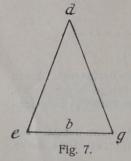


Nun nehmen wir ein Stück reines Eisen, das rechtwinklig und einem Ziegelsteine ähnlich ist, von entsprechender Dicke. Die Länge sei so groß wie die beiden Sehnen (des Fünf- und Sechseckes) zusammen 1), die Breite habe die Dimension der Sechsecksseite.

Auf diesem Eisenstück schleifen wir nun nach der hohlen Form (Bogen über der Fünfecksseite) einen konvexen Zylinderspiegel, (dessen Achse mit der Breite des Eisenstückes parallel läuft) und daran anschließend ohne die Wölbung des Zylinderspiegels zu vermindern einen konkaven Zylinderspiegel mit der anderen Form (Bogen über der Sechsecksseite), der also in der Tiefe des Eisenstückes liegt und seine Achse wieder parallel der Breitenkante hat <sup>2</sup>).

Endlich polieren wir die Spiegel, bis sie gut zeigen.

Wenn nun ein Beobachter auf diesen Spiegel blickt und seine rechte Hand bewegt so bewegt auch das Spiegelbild die rechte Hand. Aber das ist noch nicht alles. Wenn wir den Spiegel drehen 3), so daß das Gesicht zurücktritt, so kehren wir das Bild des Gesichtes um, so lange der Beobachter der Längsseite des Spiegels gegenübersteht 4).



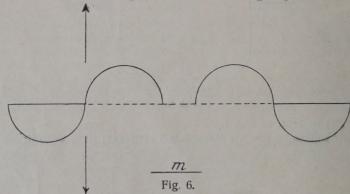
## 4

### Erklärung der Sehstrahlen.

Fig. 7. Es geht von der Pupille des Auges d eine Leuchtkraft aus, die in der begegnenden Luft einen Licht. kegel (lumen pineale) deg eindrückt. Je weiter sich dieser Kegel erstreckt, desto größer wird seine Basis, die beim Sehobjekte endet. Das Auge erfaßt nur das, worauf dieser Strahlenkegel fällt.

1) Im Texte steht: Die Länge sei so groß wie die Fünfecksseite. Es muß aber wohl heißen: wie die Fünf- und Sechsecksseite zusammen. WITELO hat Länge größer als Fünf- u. Sechseckss. zusammen, Breite größer als Sechsecksseite.

2) Ein Längsdurchschnitt gibt dann eine wellenartige Figur.

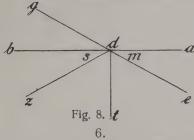


- 3) Sowohl bei Witelo als bei Heron ist der Spiegel auf einem Lager drehbar. Es entstehen dann zwei Lagen, wie die Figur 6 zeigt, die auch bei EUKLID Katoptr. 29 (HEIBERG) und WITELO sich findet.
  - 4) Der Beobachter sei bei m. Der Text ist unklar.

# 5. Reflexion der Strahlen.

Fig. 8. Wenn ein Strahl e d, mag er vom Auge oder von der Sonne ausgehen, auf einen dichten blanken Körper mit glatter Oberfläche, z. B. auf den Spiegel a b fällt, so findet Reflexion des Strahles nach z statt und zwar so, daß der einfallende Strahl denselben Winkel mit der Spiegelfläche bildet wie der reflektierte. Es ist also  $\mathbf{m} = \mathbf{s}$ . Nur wenn der Strahl lotrecht auf den Spiegel trifft (t d  $\mathbf{a} = \mathbf{R}$ ), wird er in sich selbst zurückgelenkt.

Würde der Spiegel ab den Strahl e d in seinem Gange nicht hindern, so würde er sich in der Richtung von e g fortpflanzen. Denkt man sich die Linie e g aus feinem Draht und mit ab fest verbunden, so kann man ab drehen, bis d g in die Ebene z b a fällt. d g bildet dabei mit ab stets den gleichen Winkel g d b, der dem Winkel ad e gleich ist. So wird auch der Winkel z d b gleich dem Winkel ad e, weshalb d g aut d z fallen muß. In dieser Weise findet also die Reflexion des Strahles e d nach d z statt und werden die Winkel m und s gleich 1).



Die Spiegelbilder befinden sich in gerader Richtung vom Auge aus hinter dem Spiegel.

Fig. 8. Es sei a b ein Spiegel und das Auge in e. Wir umgeben nun den Sehstrahl mit einer Hülle in der Weise, daß wir vor das Auge die Öffnung eines feinen Schilfröhrchens oder dergleichen (foramen canne subtile aut canalem) bringen und nach d visieren. Wir sehen dann im Spiegel alles, was auf der Linie d g ist, da der Strahl e d geradlinig bis g fortgehen würde, wenn er an a b nicht ein Hindernis fände. Nach dem vorausgehenden Satze wird er aber nach z umgebogen, so daß man also z in der Richtung von d g hinter dem Spiegel sieht.

## 7. Größe des Sehwinkels.

Fig. 9. Der Sehstrahl oder vielmehr der Sehkegel (rad. pinealis) ist Lichtdas vom Auge ausgeht. Die Spitze g liegt bei einem Punkte des Auges; der Win-



<sup>1)</sup> Wir haben dasselbe bei Alkindi "de speculis". Roger Baco behandelt den Fall in derselben Weise und zitiert außer Alkindi noch unsere Schrift: Euklid V. sui libri (op. mai. II. 484).

kel e g d ist sehr ausgespannt und umfaßt einen Teil des Himmels, auf den der Strahlenkegel gerichtet ist. Der Sehwinkel ist also größer als ein rechter (ampligonius) 1).

8.

### Die Sonnenstrahlen.

Fig. 10. Ähnlich wie vom Auge geht von jedem Punkte des Sonnenkörpers ein Strahlenkegel aus, wodurch die Hälfte der Erde vom Lichte getroffen wird. Die ganze von der Sonne ausgehende Lichtmenge verengert sich immer mehr über der Erde und auch der Schatten, den die Erde wirft, wird immer enger, bis er zu einem einzigen Punkte außerhalb der Erde gelangt und die Form eines Kegels (pinea) annimmt.

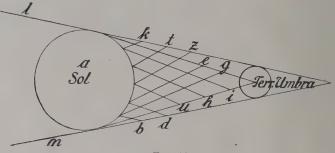


Fig. 10.

Es sei der Kreis a die Sonne. Von allen Punkten derselben gehen Strahlenkegel aus, z.B. b g. d e, u z, h t, i k, m h, l e, welche den ganzen Horizont und die Hälfte²) der Erde mit Licht erfüllen. Der Schatten der Erde wird dann zusammengedrängt und endet wie ein Kegel in einem Punkte.

Ähnlich ist es beim Schatten eines Balkens und einer rechteckigen ungleichseitigen Fläche. Stellt man sie so auf, daß die Längsseite die Erde berührt, so wird der Schatten der Längsseite im Vergleich zum Schatten der Breitenseite um so kleiner werden, je weiter die Fläche von der Sonne entfernt ist. Ebenso wirft

<sup>1)</sup> Nr. 7 gehört eigentlich zu Nr. 4. Der hebr. Cod. Mon. vereinigt auch die beiden Fälle. Was die Größe des Sehwinkels betrifft, den die Landschaftsmaler auf 60°—45° annehmen, 1ehrt Roger Baco, op. mai. II. S. 61: "Man weiß aus der Erfahrung, daß das Auge von der Oberfläche der Erde aus nicht den 4. Teil des Himmels erfassen kann." Witelo IV, 3: "Der größte Sehwinkel ist kleiner als ein rechter, aber nicht viel." — —. Damianus Heliod. Lar.: De opticis libr. II. ab Erasmo Bartholino Paris 1657, Kap. V., S. 9 und Hirschberg: Gesch d. Aughk., S. 168: "Der Sehkegel ist rechtwinklig. Wir sehen nämlich auf einmal den 4. Teil des Himmels." . . Er unterscheidet aber weiter zwischen generaliter und accurate sehen. Generaliter sieht man Mehreres zugleich, accurate nur nacheinander. Albertus Magnus schreibt als Lehre des Empedokles im Buche de Sensu et Sensato (Borgnet, Bd. IX, S. 8 f.): "Vom Auge geht eine Lichtpyramide aus, welche die ganze Hemisphäre erfüllt und, hinreicht, alle Sehobjekte zu erfassen." Als Grund wird angegeben, daß jeder Mensch zugleich 6 Himmelszeichen sieht, die über die ganze Hemisphäre zerstreut sind.

<sup>2)</sup> Ist gegen EUKLID, Optik 26.

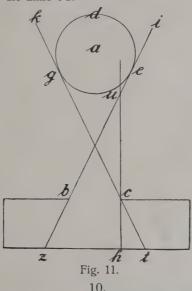
jeder andere Gegenstand, der gerade auf der Erde aufgestellt ist, einen um so längeren Schatten, je weiter er von der Sonne absteht 1).

9.

Wenn das Licht der Sonne durch ein Fenster<sup>2</sup>) fällt, so ist die Projektion auf die Erde größer als das Fenster.

Dasselbe Theorem mit derselben Zeichnung und den nämlichen Buchstaben bei Witelo II, 36 f. Roger Baco beruft sich darauf im op. mai. II, 493 ³).

Fig. 11. Es sei der Kreis um a die Sonne, von welcher Strahlen ausgehen, wie sie die Figur zeigt. c b $^4$ ) sei das Fenster, t z die Ebene des Bodens. Wir ziehen den Strahl e von der Sonne, der den Fensterrand in b berühre und auf z falle das ein Punkt der Erdoberfläche ist. Ebenso g t. Daraus ist schon klar, daß die Linie t z größer ist als die Linie c b.



Bei der Sonnenfinsternis aber vermindert sich der Lichteinfall durch das Fenster, d. h. die Projektion ist nicht rund, sondern hat die Quantität der Verminderung. Die Abnahme des projizierten Lichtes ist proportional der Verminderung der Verfinsterung.

<sup>1)</sup> Man dachte sich den Himmel eben, die Sonne also am Abend, wo sie größere Schatten wirft, weiter entfernt.

<sup>2)</sup> Unter fenestra, Fenster, ist gewöhnlich nicht ein ganzes Fenster zu verstehen, sondern nur ein Loch oder eine Öffnung in demselben (foramen). Man könnte dann setzen: Öffnung im Fenster. Vgl. CURTZE in Himmel und Erde. Illustr. naturw. Monatschr. der Urania, Berlin 1901, p. 226.

<sup>3)</sup> Näheres darüber in der Einleitung zur vorliegenden Besprechung.

<sup>4)</sup> Im lat. und hebr. Text, sowie in der zugehörigen Figur steht statt c der Buchstabe a. WITELO hat c, welches wir beibehalten, da a schon als Kreismittelpunkt vorkommt.

Es sei Fig. 11 d g u der verfinsterte Teil und d e u entsende Licht; u c h sei der Grenzstrahl. Dann wird nur der Teil t h Licht empfangen, der Rest h z nicht und es muß das Verhältnis bestehen (h z): (d e u) = (t h): (d g u). So nämlich findet es sich, so oft ein solches Ereignis eintritt 1).

### 11 a.

Von der Sonne gehen die Strahlen nicht parallel aus. Nur infolge der großen Länge scheinen sie unserem Auge parallel zu sein.

Erklärung und Zeichnung hierzu gibt auch Witelo II, 35.

Der Beweis ist kurz folgender:

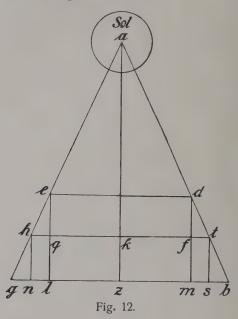


Fig 12. h q:h t ist viel kleiner als e u:d e (da d e = q f < h t) e u:d e noch viel kleiner als h q:h tg n:g b wieder noch viel kleiner als h q:h t u. s. f.

Je größer also die Entfernung von a ist, desto kleiner ist der Überschuß, um den die nachfolgende Basis die vorhergehende übertrifft. So scheint z. B. die Linie g b die Linie h t nicht merklich zu übertreffen, weshalb g h parallel b t zu sein scheint. Bei den Sonnenstrahlen wird dies noch begünstigt durch die äußerst kleinen Zwischenräume zwischen den Strahlen im Vergleich zu ihrer Länge <sup>2</sup>).

<sup>1)</sup> Wir haben in diesen Beobachtungen das Prinzip für die Camera obscura in ihrer einfachsten Art speziell bei Sonnen- und Mondfinsternissen. Näheres über die durch eine Öffnung erzeugten Bilder bei ROGER BACO siehe VOGL: Die Phys. ROG. BACOS. Diss. Erlangen 1906, S. 85 f.

<sup>2)</sup> Auch bei der Brennpunktskonstr. zum sphär. Hohlspiegel (EUKLID Katoptr. th. 30) werden die auffallenden Strahlen nicht parallel genommen. Näheres hierzu E. Wiedemann in d. Ann. d. Phys. N. F. 39 (1890) S. 123 f.

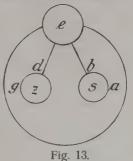
b

Fig. 13. Lassen wir beispielshalber vom Zentrum der Sonne e aus zwei Strahlen zu uns gelangen, die nicht parallel sein mögen.

Stellen wir nun an ein und demselben Orte und zur selben Zeit zwei Astrolabien auf und bestimmen die Höhe (eines Gestirnes), so sind diese Höhen gleich.

Es seien die beiden Astrolabien z und s. Wir ziehen e z, welches der Strahl sein soll, der durch die Regula des Astrolabiums z geht und e s durch die des Astrolabiums s. Sind nun die Strahlen nicht parallel, so müssen die Bögen, welche von den beiden Regeln angezeigt werden, ungleich sein. Es wird Bogen ab auf dem-Instrumente s größer sein, als Bogen g d auf z.

In Wirklichkeit ist aber die Höhe zu einer und derselben Zeit und am selben Orte gleich für beide Astrolabien. Es können also die Sonnenstrahlen für unsere Gesichtswahrnehmung nur parallel sein.



12.

Eine Spiegelanordnung, durch welche gezeigt werden möge, wie Randstrahlen von den zwei Seiten eines ebenen Winkelspiegels zum Mittelpunkt eines Kreises gelenkt werden, der den Winkelspiegel umschließt.

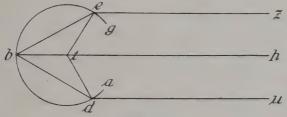


Fig. 14.

Fig. 14. Es sei a b g ein Kreisbogen. In diesem stehe ein Winkelspiegel d b e mit den Spiegeln d b  $\rightleftharpoons$  e b.

Man ziehe durch b und den Kreismittelpunkt eine Linie bth. Nun mögen von der Sonne zwei parallele Strahlen u d und z e ausgehen, welche auf die beiden Punkte d und e der zwei Linien (Spiegel) b d und b e fallen.

13.

Beschreibung eines Spiegels, der nach vorne und nach hinten (anterius et posterius) eine Brennstelle hat.

Hierzu fehlt die Figur auch im hebräischen Text, der sonst mit dem

<sup>1)</sup> Es ergibt sich leicht, daß die Halbierungslinie des Winkels teg gerade das Einfallslot ist.

lateinischen bis auf einige Buchstaben übereinstimmt. Außerdem ist aber der Text so unklar, daß es bis jetzt nicht gelungen ist, in beiden ihn vollends klar zu legen 1).

Es ist die Rede von einem Bogen als Durchschnitt des Spiegels. Die auf den Spiegel fallenden Strahlen vereinigen sich teils in einem Punkte t vor dem Spiegel, teils in p hinter demselben.

ROGER BACO kennt dieses Problem und beruft sich ausdrücklich darauf <sup>2</sup>). Aber auch er schwankt bei der Erklärung desselben hin und her, bis er endlich in der Schrift des IBN AL HAITAM über die parabolischen Brennspiegel eine passende Lösung findet. Im op. mai. II, 538 schreibt er:

"Es lehrt aber Euklid einen Spiegel darstellen, der vorne und rückwärts (ante et retro) brennt. Wenn dieses nach der Art und Weise eines Spiegels geschieht, so kann es von den konkaven und ovalen Spiegeln verstanden werden, insofern beim unteren Pole der Achse das Brennen nach rückwärts und vorwärts stattfindet, ganz ähnlich wie bei den einzelnen Punkten der Achse, wie wir wollen<sup>3</sup>).

Wenn er aber wörtlich das Brennen über den Spiegel hinaus meint, so wäre dies möglich durch Reflexion; dann müßte aber der Spiegel ring-

<sup>1)</sup> Vgl. hierzu die Verhandlungen zwischen E. Wiedemann und Steinschneider über den in Frage stehenden hebr. Text in der Monatsschrift f. Gesch. und Wissensch. des Judentums, Bd. 37 (1893) S. 520.

<sup>2)</sup> Op. mai. II. 491: "Es lehrt aber Euklid in der 33. Proposition über die Spiegel einen Spiegel darstellen, der vorwärts und rückwärts eine Vereinigung der Strahlen ergibt." Siehe Einleitung.

<sup>3)</sup> Sehen wir zunächst von der ovalen Form ab und fassen wir nur die konkaven ins Auge, so erklärt sich hier das Brennen nach vorn und rückwärts aus dem sphärischen Hohlspiegel, wie ihn IBN AL HAITAM behandelt. Wie E. WIEDEMANN in Wiedemanns Ann. d. Phys., Bd. 39 (1890), S. 116 ff. darlegt, werden nur die Strahlen, die an einem Kreisring reflektiert werden, dessen Ebene senkrecht zur Achse steht, nach einem Punkte der Achse reflektiert. Die Entfernung eines jeden solchen Punktes vom Mittelpunkt ist größer als ein Viertel des Durchmessers. Die Strahlen, die von einem Kreise reflektiert werden, dessen Abstand von dem Pole gleich der Seite eines in den größten Kreis eingeschriebenen regelmäßigen Achteckes ist, werden alle nach dem auf der Achse gelegenen Mittelpunkt des betreffenden Kreises reflektiert. Die Strahlen, die an dem Umfange eines Kreises reflektiert werden, der sich im Abstande eines eingeschriebenen regelmäßigen Sechseckes von dem Pole befindet, werden alle nach dem Pole reflektiert. Je näher der Kreis, an dem die Reflexion eintritt, an dem Pole liegt, um so näher am Mittelpunkt der Kugel liegt der Punkt der Achse, nach welchem die Reflexion stattfindet. Ist der Abstand des Punktes an dem die Reflexion eintritt, von dem Pole größer als die Seite eines regelmäßigen Seckseckes, so werden die Strahlen nach leinem Punkte reflektiert, der außerhalb der Kugel liegt. (Ähnlich behandelt diesen Hohlspiegel ROGER BACO selbst. Näheres Vogl.: Die Phys. R. BACOs. Diss., Erlangen 1906, S. 67 f.)

förmig sein, so daß die Strahlen von zwei Seiten her einfielen, was man sich schwer vorstellen kann und ich bisher nicht erfahren habe 1).

Sicher kann man aber ein "Perspicuum" <sup>2</sup>) anfertigen, das von der einen Seite her konkav ist und auf der anderen Seite große Dicke besitzt <sup>3</sup>), so daß nach rückwärts die Brennstelle durch Strahlenbrechung, nach vorne aber durch Reflexion stattfindet <sup>4</sup>).

Wendet man aber gegen diese verschiedenen Brennmöglichkeiten ein, daß der brennbare Stoff zwischen Sonne und Spiegel liegt, weshalb keine Reflexion möglich ist und darum auch keine Brennstelle und überhaupt kein Strahleneinfall, so ist zu bemerken, daß eben der Brennstoff nicht direkt vor den Spiegel gebracht werden darf, sondern von der Seite her und mit Vorsicht, was die Experimentatoren verstehen <sup>5</sup>). "

In klarer Weise behandelt diesen Spiegel, der nach vorn und hinten eine Brennstelle hat, IBN AL HAITAM und zwar als parabolischen Hohlspiegel <sup>6</sup>).

ROGER BACO bespricht diesen an mehreren Stellen 7) und besonders in seinem eigenen Spiegelbuch, wobei er sich ganz an das arabische Werk anlehnt. Es vereinigen sich hiernach alle einfallenden Strahlen im Brenn-

<sup>1)</sup> Bei diesem hier genannten ringförmigen Spiegel haben wir bereits an den parabolischen Hohlspiegel zu denken, wie nachher gezeigt wird. ROGER BACO spricht schon im op. mai. II. 490 f. davon: Der Verfasser des Buches über die Brennspiegel lehrt einen Spiegel von der Gestalt eines Eies oder Ringes fertigen. bei dem die Reflexion von allen Kreisringen auf einen einzigen Punkt der Achse stattfindet. Es ist dabei, als wenn der sphärische Hohlspiegel solange gedrückt worden wäre, bis er diese Form erhielt. Wie der Ring selbst entsteht, wird im Nachfolgenden gezeigt.

<sup>2)</sup> Das Wort "Perspicuum" gebraucht BACO sowohl für durchsichtige, brechende als auch für reflektierende Medien (Glasspiegel).

<sup>3)</sup> Hier ist zu op. mai. II. 538 die Korrektur aus Vol. III (Ergänz.-Bd.) S. 156 zu beachten: "concavum ex una et convexum ex alia parte habens spissitudinem magnam."

<sup>4)</sup> Da im Mittelalter der Brennpunkt von Glaskugeln und mit Wasser gefüllten Flaschen bekannt war, so ist es möglich, daß sich ROGER BACO Gebilde von der Gestalt einer konvex-konkaven Linse vorstellt. Etwas Ähnliches hätten wir in dem Smaragd, von dem PLINIUS h. n. l. 37 § 64 spricht. Derselbe ist hohl ausgeschliffen, um die Strahlen zusammenzudrängen (Hohlspiegel). Diejenigen, deren Körper ausgedehnt ist, geben ebenso wie die Spiegel den zurückgelehnten Beobachtern die Bilder der Gegenstände wieder. Näheres bei HIRSCHBERG, Gesch. d. Augenheilkunde im Altert. S. 176 f. Es kommen 40 cm lange und 25 cm dicke Kristalle vor; vielleicht versteht PLINIUS solche unter smar. Scythici et Ägypt.

<sup>5)</sup> Der Gedanke ist, daß man den Hohlspiegel vielleicht etwas neigt oder den Brennkörper von der Seite her etwa an einem dünnen Stabe einführt.

<sup>6)</sup> Näheres darüber E. Wiedemann in Wiedemanns Ann. Bd. 39 (1890), S.  $110\,\mathrm{ff.}$ ; 130.

<sup>7)</sup> Op. mai. I. 115 f.; II. 487, 490 f., 538. op. III (BREWER) p. 45; 112, 116 de speculis (COMBACH), S. 197, 201 ff. Näheres VOGL: Die Phys. R. B. l. c. S. 71 ff.

punkt des Paraboloids. Dabei liegt für die Strahlen, die weiter zurück um den Scheitel des Paraboloids einfallen, die Sammelstelle vorne und für die Strahlen, die gegen den Rand zu auftreffen, rückwärts. Man könnte deshalb vom Rande aus einen Ring abtrennen, der die einfallenden Strahlen nach hinten reflektiert, während die übrigbleibende eiförmige Spitze die Strahlen vorne zusammenlenkte.

14.

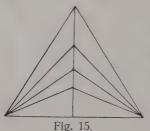
Die Zusammenlenkung der Strahlen eines Kristalles.

Dieses Theorem findet sich auch bei vielen anderen Autoren behandelt 1). Am gründlichtsen und wissenschaftlichsten befaßt sich damit wieder IBN AL HAITAM 2).

Fig. fehlt. Ein Kristall<sup>3</sup>), ein glatter, heller und doch fester Körper, nimmt die auffallenden Strahlen in sich auf. Beim Auffallen auf die Wölbung werden sie aber aus ihrer Richtung abgelenkt, gehen dann im Kristall fort und werden schließlich beim Austritt zu einem Punkte vereinigt. Dieser Punkt ist ein Brennpunkt.

15.

Wir wollen auch noch zeigen, wie das Auge einen kleinen Gegenstand, der auf dem Boden liegt, sucht, der Blick oft nicht auf ihn fällt und ihn deshalb nicht findet, obwohl ein viel größerer Teil des Bodens erfaßt wird.



In der Einleitung zur Optik des Euklid in der Rezension von Theon 4) ist darauf aufmerksam gemacht, daß wir oft eine Nadel, die auf den Boden fällt, lange Zeit nicht sehen, wiewohl der Sehkegel einen viel größeren Teil des Bodens erfaßt.

Wie dort, so wird auch hier als Grund angegeben, daß die Achse des Sehkegels auf den Gegenstand gerichtet sein muß. Je näher ein Gegenstand dem Auge ist (Fig.15), desto genauer wird er bei gleichbleibender Quan-

tität gesehen. Übrigens wird kein Ding auf einmal mit allen Teilen wahrgenommen 5).

- 1) ROGER BACO, op. mai. II. 471; I. 113; WITELO, Opt. X. 48; PECKHAM, Perspect. III. prop. 10, 17. Näheres VOGL: Phys. Rog. BAC.. 1. c. S. 79.
- 2) Siehe E. WIEDEMANN in Annalen d. Phys. Bd. 7 (1879), S. 679 f. und Bd. 39 (1890), S. 565 ff., ebenso in Beiträgen z. Nat.-W. b. d. Arabern und Sitz.-B. d. phys.-med. Soz., Erlangen 1904, S. 332.
- 3) Der hebr. Text ist hier mit dem Vorausgehenden sehr verschmolzen. Was Steinschneider 1. c. mit "durchsichtig" wiedergibt, dürfte unser "Kristall" sein. Ganz ähnlich wie hier Euklid beschreibt Roger Baco den Kristall in op. mai. II. (79: Der Kristall ist ein harter und fester Gegenstand und doch so in seiner Dichte rara), daß die Spezies des Lichtes hindurchgehen kann. Vinc. Bellov. spec. nat. lib. 9. c. 62: Der Kristall ist ein glänzender und wasserfarbiger Stein . . . (verhärteter Schnee, entsteht in Asien und in den Alpen); setzt man ihn der Sonne aus, so raubt er so sehr die Flamme, daß er trockenen Schwamm und Blätter entzündet.
  - 4) Heiberg, op. omn. p. 147.
- 5) EUKLID, Optik, Kap. 1, HEIBERG S. 3. Unser Theorem hat in derselben Weise dargestellt Dam. HELIOD. LARISS. in Opt. 1. II. c. 8, S. 13 (Ausg. v. Erasm. Barth. C. Paris 1657). Dasselbe enthält auch mehrere Auszüge aus der Katoptrik des HERON

### Schluß.

Mit dieser kleinen Arbeit hat der Verfasser den Inhalt der (Pseudo-) Euklidischen Schrift ,de Speculis' nebst erläuternden Bemerkungen darzustellen versucht. Eine genauere Kenntnis aller Einzelheiten des oft schwierigen Textes wird allerdings erst die bevorstehende Textpublikation durch Herrn Dr. A. A. BJÖRNBO vermitteln können. Was wir aber jetzt schon klar ersehen, ist die deutliche Bestätigung der bisherigen Annahme, daß diese Schrift nichts weiter ist, als eine Kompilation von Sätzen älterer Autoren , so vor allem aus der Katoptrik des HERON, der Optik des EUKLID, der zweifelhaften Katoptrik des EUKLID und vermutlich auch aus der echten Katoptrik EUKLIDs, die wir nicht mehr besitzen. Dabei ist sie aber von nicht geringer Bedeutung für die Geschichte der Physik zur Zeit der Scholastik, indem Gelehrte wie Roger Baco, Albertus Magnus, Witelo, Vincenz von Beauvals wiederholt bei ihren naturwissenschaftlichen Arbeiten darauf verweisen. Ja, es wäre möglich, daß sie auch schon den Arabern Al Kindî und IBN al Haltam bekannt war.



